

## Beszámoló a felfedezettő matematikaoktatás kutatócsoport 3. évéről

A kutatócsoport fontos célja volt a harmadik évben a korábban megkezdett iskolai kísérletek folytatása, nemzetközi projektek építése és a CERME 13 sikerén alapulva a következő bolzanoi CERME14-en egy nagyobb létszámú magyar részvétel előkészítése. Csak az I.2 és az I.4 munkacsoportokból 5 előadás várható (két szerző esetén az előadó aláhúzva): Kovács Zoltán, Kónya Eszter; Aprinastuti Christiyanti, Kovács Zoltán; Bessenyei Dorottya Klára; Kardos Gergely, Kónya Eszter; Kónya Eszter. Emellett más csoportokból I.1, I. 3 és II.1, II.2 is terveznek előadni (Juhász Péter, Bóra Eszter, Gosztonyi Katalin, Paulovics Zoltán és még mások is). További fontos eredmény volt a részvételünk lehetőségének biztosítása az ICME15 és a PME 47 konferenciákon (Gosztonyi Katalin invited lecturer volt, lásd II.2 részben; Vancsó Ödön Kerekes Judittal egy amerikai magyar együttműködést mutattak be, amelyben szerepelt egy új kezdeményezés a Rubik's Gridlock játék, amely komoly oktatási segédeszköz lehet matematika órákon), mindkettő 2024 nyarán volt Sydney-ben, illetve Auckland-ban (Ausztrália és Új Zéland). Megemlíteném itt még az eddigi sikeres publikációs tevékenység további növelése. Utóbbi érdekében több Q1 és Q2 cikk előkészítése és beadása van már folyamatban és az idén is volt ilyen megjelent cikkünk. Az egyes munkacsoportok eredményeit a következő részben fogjuk összefoglalás szerűen felsorolni. Komoly siker, hogy **újabb 5 sikeres PhD védés történt** ebben az évben: Varga Eszter, Kiss Anna, Szmerka Gergely, ők hárman Budapesten és Linda Devi Fitriana, Bárány Emőke Debrecenben szereztek matematika didaktikából PhD fokozatot. Igen közel járnak már a végzéshez Jánvári Zsuzsanna, Fejes-Tóth Péter és egy év múlva benyújtja munkáját Princz Péter és Stockné Bereczki Ildikó. A projekt egyik fontos célja, hogy a tudományos utánpótlás erősödjön és az így megalapozott eredmények bekerüljenek a közoktatásba. Amit a doktoranduszaink támogatásával értünk el: anyagi támogatásunkkal fontos konferenciákon való megjelenésüket tettük lehetővé. Ennek a munkánknak a sikerét **a 4 év alatti legalább 10 darab sikeres PhD** fokozat megszerzése maximálisan igazolja.

A közoktatási vonalat erősítendő, elindult egy új program Csapodi Csaba és Kiss Anna vezetésével az „**Így tanítanánk mi**” mozgalom. Ez egy régi elképzelésre alapoz (amire nemzetközi példák is vannak), miszerint szükség lenne módszertani kutatókból, egyetemi oktatókból és a közoktatásban dolgozó gyakorló matematika tanárokból egy közösséget létrehozni. Aki segítik egymás munkáját, összeállítanak és kipróbálnak különböző tanítási segédanyagokat, és a tanárok a saját (munka) közösségükben tovább terjesztik az így megalkotott, kutatásokkal megalapozott anyagokat, amelyek bekerülnek a tanárképzésbe is az egyetemi emberek révén. A Bolyai János Matematikai Társulat, a Rényi Intézet Szakmódszertani Osztálya és az MTA-Rényi-ELTE Matematikadidaktikai Kutatócsoport elindította egy ilyen közösség kialakítását az elmúlt tanévben. Fő célok: országos matematikatanári hálózat kialakítása; módszertani kultúra fejlesztése; tanárok szakmai támogatása; fiatal tanárok támogatása a pályán maradáshoz.

A fenti célok elérése érdekében az eszközök: tanítási segédanyagok készítése csoportban, ezek kipróbálása; egy tanegység lehetséges elemei: óravázlat, módszertani segédlet, digitális vagy kézzelfogható eszköz, feladatlapok, órárszletek felvétele; a tanegységek megjelenítése egy nyilvános honlapon; bemutató órák szervezése. A munkálatok 3 tanár és egy doktorandusz bevonásával megkezdődtek. Eddig négy témakörben 20 órányi tanegység készült el. A koncepciót és a készülő anyagokat 2024 nyarán a Rátz László Vándorgyűlésen mutattuk be a közönségnek. Jelenleg az anyagok véglegesítése zajlik, ezután kerülnek fel egy nyilvános

honlapra és lesznek bárki számára elérhetők. Az anyagok az alábbi mappában megtekinthetők: <https://drive.google.com/drive/folders/15ZUBWB5IIIsNZiYekfCZ37ITjHqfgqY4M>

Ez egy munkacsoportokat összefogó kezdeményezés, mely a közoktatás fejlesztési célokat maximálisan támogatja és tudományosan megalapozza, így a négyéves program sikeréhez biztosan hozzájárul.

Az egyes munkacsoportok eredményeinek és terveinek az összefoglalása:

### **I.1 Problémamegoldás munkacsoport (Kónya Eszter)**

A problémaalkotó tevékenység vizsgálata tanárjelölteknél valamint felső és alsó tagozatos korcsoportokban. Az algebrai gondolkodást segítő matematikai reprezentációk vizsgálata. A matematikatanítás affektív tényezőinek vizsgálata. A függvényfogalom kialakítása a kinematikai ismeretekre támaszkodva. A problémamegoldás mint a metakognitív tevékenységek fejlesztésének terepe. Publikációk a témáról a mellékletben (cikkek és konferencia előadások)

### **I.2 Problémasorozatos munkacsoport (Gosztonyi Katalin)**

Gosztonyi Katalin Montpellier-i Marie Curie projektjével együttműködésben elkészült Deák Anna problémasorozatának egy továbbfejlesztett verziója és francia folytatása. A Marie Curie projekt részben erre épített iskolai kísérleteket valósított meg, illetve tanárképzést szervezett. Varga Eszter Montpellier-ben találkozott a kísérletben részt vevő francia matematika tanárokkal. A következő tanévben tervben van egy francia matematikatanároknak szóló online segédanyag elkészítése Deák Anna kombinatorika problémasorozatának alapján, a francia kísérletek során gyűjtött adatok további feldolgozása és elemzése, illetve a franciaországi kísérletek tapasztalatait felhasználva új hazai tanórai kísérletek megvalósítása új tanárok és iskolák bevonásával.

### **I.3 Felfedezettő módszer a közoktatásban („Repülőiskola”) munkacsoport (Juhász Péter)**

A Heves megyei programot befejeztük, sajnos nem tudtuk a tanárokat hosszú távon bevonni a programba. Továbbra is a hangsúlyt a felfedezettő szemléletű, közoktatásban is alkalmazható szakmai anyagok kidolgozására helyezzük, és arra, hogy hogyan tudjuk a tanárokat ennek a szemléletnek megfelelően mentorálni. Az eddigi négy anyag mellett újabb szakmai anyagok kidolgozását tervezzük, illetve a már elkészült négy anyag egyéb iskolákban való tesztelése, újabb tanárok bevonása szerepel az utolsó év tervei között. Az anyagok kidolgozási folyamatának tapasztalatait és a felfedezettő szemléletű mentorálást szeretnénk publikálni.

Reményeink szerint Bóra Eszter sikeresen megvédi a doktori értekezését. Babus Réka elsőéves doktoranduszként azzal fog foglalkozni, hogy a középiskolai keretekhez alkalmazkodva mit érdemes módosítani és mit lehet megtartani a tehetséggondozásban bevált felfedezettő tanítási módszerekből.

Folytattuk a Pósa-módszer bemutatását a nemzetközi közönség számára, megjelent két könyvfejezet ehhez kapcsolódó témában a Springernél, de egy Q2-es cikk is, ami komoly előrelépés. Ide tartozik még egy CERME13 előadás, amely megjelent a Proceedingsben.

Az előző évben belekezdtünk egy új kutatási irányba, amelynek során felfedezettő szemléletű szakmai anyagot dolgoztunk ki a magyarországi 11-edikes középszintű tananyag trigonometria és koordináta geometria témáihoz. Ezt a kutatást folytattuk, az idei évben két témával foglalkoztunk, az egyik a valószínűség számítás és a statisztika volt, a másik pedig

a másodfokú egyenlet. Ezekhez kidolgoztunk egy felfedezettő szemléletű anyagot, amely illeszkedik a magyar középiskolai követelményekhez. A tananyag kidolgozása már a kísérletben résztvevő, pályája elején járó pedagógussal közösen történt, és a felkészülést és a kidolgozást felfedezettő módszerrel próbáltuk meg a tanár számára átadni.

#### **I.4 Eszközhasználat munkacsoport (Kovács Zoltán)**

Az eszközhasználat foglalkozó kutatócsoport fő kutatási témája a digitális eszközök alkalmazása, illetve a digitális eszközök és hagyományos eszközök matematikatanításban betöltött szerepének összehasonlítása, szoros összefüggésben a matematikatanításban használt külső reprezentációkkal. (Eredmény: két könyvfejezet, két konferenciakiadvány, két konferencia plenáris előadás, két szekció előadás.)

#### **II.1. Statisztika és valószínűségszámítás tanítása munkacsoport (Vancsó Ödön)**

Két nagy iskolai kísérlet sorozat zajlott a 3. évben. Az egyik Fejes-Tóth Péter és Vancsó Ödön irányításával a matematikai statisztika elemeinek középiskolai tanításáról, a másik Boller Balázs és Csapodi Csaba irányításával a korreláció és a regresszió tanításának lehetőségeiről szól szintén középiskolában. Az elsőben 20 tanárt képeztünk ki a kísérletre, a másodiknál 6 tanárt. Felsorolásuk és iskolájuk szerepel a mellékletben. Mindkettő a két PhD hallgató disszertációjához is csatlakozik és remélhetőleg a projektzárásig Fejes-Tóth Péter meg is szerzi a fokozatot, de Boller Balázs is közel lesz már ehhez. Még egy szál ebben a csoportban Jánvári Zsuzsa doktorandusz statisztikai műveltséggel kapcsolatos munkája és kísérletei, melyből több előadás poszter és oktatási anyag is született. Közoktatási hatása a boks plot diagram megjelenése az érettségiben.

Az első kísérlet eredménye egy javaslat a kerettanterv és az érettségi felé, valamint nemzetközi publikáció a munkáról Q2-es folyóiratban. A második kísérlet azt a hipotézist vizsgálja, miszerint a regresszió tanítása elmélyíti a koordináta-geometriában használt egyenes egyenletek megértését, s ezáltal az új hasznos és alkalmazható statisztikai téma megismerése mellett a klasszikusan elvárt matematikai tudás és jártasság is erősödik a tanulóknál. A kísérletben összesen 164 tanuló vett részt nagyrészt 11. évfolyamon tanuló, nem matematika emelt szintű tanulók. A kísérlet 2024 tavaszán Érden, Sopronban egy-egy iskolában míg Budapesten két iskolában összesen hat tanár részvételével zajlott. Ennek is várható cikk és közoktatási eredménye az utolsó, negyedik évben.

#### **II. 2 Diszkrét matematika munkacsoport (Gosztonyi Katalin)**

Kutatók: Szász Réka, Csapodi Csaba, Héger Tamás valamint doktoranduszok Paulovics Zoltán és Szakácsné Györey Bernadett. Folytatódott a tanároknak szóló diszkrét matematikai témájú kurzus fejlesztése, ezzel kapcsolatban Paulovics Zoltán végzett kísérletet a doktori kutatásai keretében. A probléma-sorozatok munkacsoport (I.2.) munkájára építve többek között Deák Anna kombinatorika problémamasorozatát is beépítettük a tananyagba, és általában is nagyobb teret kap a probléma-sorozatok témája a kurzusban. Gosztonyi Katalin meghívott előadó volt az ICME konferencián, Series of problems in discrete mathematics education témában és készül egy publikáció az RDM folyóirat számára a diszkrét matematika kurzusok fejlesztéséről a tanárképzésben, a szerzők Gosztonyi Katalin, Héger Tamás és Csapodi Csaba.

A Marie Curie projekt keretében Gosztonyi Katalin Montpellier-ben szervezett egy diszkrét matematika didaktikájáról szóló nemzetközi workshopot, ezen az MTA munkacsoport több

tagja is részt vett, a magyar projekt 3 előadással képviseltette magát: Szász Réka és Bóra Eszter; Szakácsné Györey Bernadett;- Héger Tamás. Részletek olvashatók a következő honlapon: <https://discmatheduc24.sciencesconf.org/resource/page/id/1>

A workshop egyik fő célja egy a témával kapcsolatos nemzetközi kutatóhálózat létrehozása volt, ez várhatóan a következő években - jelentős magyar részvétellel - tovább fog épülni.

Részben a Marie Curie projektre építve a jövő tanév során az Educational Studies (D1) folyóiratnak tervezünk cikket benyújtani (Gosztonyi Katalin és Simon Modeste)

Gosztonyi Katalin emellett a jövő tanévben tervezi elkészíteni a habilitációját, részben a projekt eredményeire építve.