

## Szöveges feladatok esszenciális ábrák alkalmazásával

A matematika tanítása során nem csupán az alpműveletekben való jártasság kialakítása a célunk, hanem ezekre építve a problémamegoldó gondolkodás fejlesztése is. A matematikai gondolkodás összetett rendszer, amelyben a problémamegoldás, a metakogníció és az affektív tényezők egyaránt fontos szerepet játszanak (Vitala, 2015). Az iskolai matematikaoktatásban ezek a tényezők leginkább a szöveges feladatok megoldása során jelennek meg.

A szöveges matematikai feladatok a problémamegoldó gondolkodás fejlesztésének kiemelkedően fontos eszközei. Megoldásuk során a tanulóknak nem elegendő a matematikai műveletek ismerete. Szükségük van a szöveg megértésére, a lényeges információk kiemelésére, a probléma reprezentálására és a megfelelő megoldási stratégia kiválasztására is (Verschaffel & De Corte, 1997; Verschaffel, Greer & De Corte, 2000). Realisztikus feladatok esetén a sikeres megoldáshoz a tanulóknak a világról szerzett előzetes tudásukat is mozgósítaniuk kell (Verschaffel, De Corte & Lasure, 1994).

A szöveges feladatok megoldásának egyik legfontosabb eleme a probléma megfelelő reprezentációja. Mayer és Hegarty (1998) szerint a sikeres problémamegoldás egyik feltétele, hogy a tanulók képesek legyenek a feladatban szereplő információkat mentális modellé szervezni. Ebben a folyamatban jelentős szerepet tölthetnek be az ábrák és illusztrációk. Nem minden ábra tölt be azonban azonos szerepet. Vannak olyan képek, amelyek csupán szemléltetik a feladatot, míg mások olyan információt hordoznak, amely nélkül a probléma nem oldható meg. Az ilyen ábrákat a szakirodalom esszenciális ábráknak nevezi (Berends & van Lieshout, 2009).

Az esszenciális ábrák különösen érdekesek a matematikatanítás szempontjából, mert használatuk nem magától értetődő a tanulók számára. A kutatások azt mutatják, hogy a gyermekek gyakran elsősorban a szövegre koncentrálnak, és figyelmen kívül hagyják az ábra által hordozott információkat, még akkor is, ha azok nélkül a feladat nem oldható meg. Az esszenciális ábrák értelmezése ezért önálló képességként jelenik meg: a tanulónak fel kell ismernie, hogy az információ egy része nem a szövegben, hanem az ábrán található, majd ezt az információt össze kell kapcsolnia a szöveg tartalmával. Ez a folyamat egyszerre igényel vizuális feldolgozást, szövegértést és matematikai gondolkodást.

Az esszenciális ábrák szerepe túlmutat a matematikai szemléltetésen. A mindennapi életben és az iskolai feladatokban is gyakran találkozunk olyan helyzetekkel, amikor a szükséges információ nem kizárólag szöveges formában jelenik meg. Diagramokat, táblázatokat,

térképeket, grafikonokat vagy képi reprezentációkat kell értelmezni, és az ezekből származó információt össze kell kapcsolni a szövegben szereplő adatokkal. Az ilyen feladatok megoldása önálló képességet igényel, amelynek fejlesztése már kisiskolás korban is fontos feladat.

Kutatási eredmények arra utalnak, hogy a tanulók számára ezek a feladatok gyakran nem a matematikai tartalom miatt nehezek. Előfordul, hogy a szükséges matematikai műveleteket ismerik és alkalmazni is tudják, mégsem jutnak el a helyes megoldásig, mert nem veszik észre, hogy a probléma megoldásához az ábra által hordozott információt is fel kell használniuk. Egy dobókockákkal kapcsolatos feladat esetében például a legtöbb hibát nem a számolás, hanem az okozta, hogy a tanulók nem kapcsolták össze az ábrán megjelenő információkat a szöveg tartalmával.

Az esszenciális ábrák tudatos használatának fejlesztése ezért nem pusztán a matematikatanítás egyik lehetséges eszköze, hanem a problémamegoldó gondolkodás fontos összetevője. Ha a tanulók megtanulják, hogy a problémák megoldása során a szöveget és az ábrát egységként kezeljék, akkor olyan képesség birtokába jutnak, amely nemcsak a matematika tanulásában, hanem más tantárgyakban és a mindennapi életben is segítheti őket.

A jelen feladatgyűjtemény ezt a képességet kívánja fejleszteni. A tizenkét alkalomból álló program során a tanulók minden esetben találkoznak egy hagyományos, illetve egy olyan szöveges matematikai feladattal, amelynek megoldásához az információt részben vagy egészben egy esszenciális ábrából kell kinyerniük. A feladatpárok célja, hogy a tanulók fokozatosan felismerjék: a matematikai problémák megoldásához nem mindig elegendő a szöveg elolvasása, hanem a különböző reprezentációk, a szöveg, az ábra és a matematikai modell együttes értelmezésére van szükség.

A fejlesztő programtól azt várjuk, hogy a tanulók egyre tudatosabban használják az ábrák által hordozott információkat, rugalmasabban váltsanak a különböző reprezentációk között, és sikeresebben oldják meg azokat a problémákat, amelyekben az információ nem kizárólag a szövegben jelenik meg. Ez a képesség nemcsak az iskolai matematika tanulása során fontos, hanem a nemzetközi mérések, például a PISA vagy a TIMSS feladataiban is meghatározó szerepet játszik, hiszen ezekben egyre nagyobb hangsúlyt kapnak a vizuális elemeket és összetett reprezentációkat tartalmazó problémák.

A feladatok megoldása során arra kérjük a pedagógusokat, hogy a szokásos módon dolgozzák fel a feladatokat a tanulókkal. Az esszenciális ábrát tartalmazó feladatok esetében azonban érdemes felhívni a gyermekek figyelmét arra, hogy a szöveg önmagában nem feltétlenül tartalmaz minden szükséges információt. Az ábra megfigyelése, értelmezése és a szöveghez

való kapcsolása ugyanolyan fontos része a problémamegoldásnak, mint a megfelelő matematikai művelet kiválasztása.

### *Néhány javaslat a feladatok feldolgozásához*

A feladatgyűjtemény elsődleges célja nem egy adott matematikai művelet gyakorlása, hanem annak fejlesztése, hogy a tanulók a problémák megoldása során tudatosan használják a különböző információforrásokat, és felismerjék az ábrákban rejlő információ jelentőségét. Ezért a feladatok feldolgozásakor érdemes a gondolkodási folyamatra legalább akkora figyelmet fordítani, mint a helyes eredményre.

Az esszenciális ábrát tartalmazó feladatok esetében fontos, hogy a tanulók először önállóan próbálják megoldani a feladatot. Érdemes időt hagyni arra, hogy megfigyeljük, észreveszik-e, hogy a szöveg önmagában nem tartalmaz minden szükséges információt, illetve spontán módon használják-e az ábrát a megoldás során.

Ha a tanulók elakadnak, célszerű kérdésekkel segíteni őket ahelyett, hogy azonnal megmutatnánk a megoldási utat. Hasznos lehet például a következő kérdések feltevése:

- Biztosan minden információt elolvastál?
- Találsz még valamilyen adatot a feladaton?
- Mit mutat az ábra?
- Van-e olyan információ, ami nem a szövegben szerepel?
- Hogyan kapcsolódik az ábra a feladathoz?

Fontos, hogy az ábra értelmezését ne különálló tevékenységként kezeljük. A cél nem az, hogy a tanulók „megnézzék a képet”, hanem hogy felismerjék: a matematikai problémák megoldása során a különböző reprezentációk – a szöveg, az ábra és a matematikai jelölések – együttesen hordozzák az információt.

A feladatok megoldása során a hibázás természetes jelenség. Az is értékes eredménynek tekinthető, ha a tanuló felismeri, hogy a szöveg alapján nem tudja megoldani a feladatot, vagy rájön arra, hogy az ábrát is értelmeznie kell. Ezek a felismerések fontos lépései annak a folyamatnak, amely során a tanulók egyre tudatosabban és rugalmasabban használják a különböző információforrásokat.

A tizenkét alkalom során nem az a legfontosabb, hogy minden feladatot gyorsan és hibátlanul oldjanak meg a tanulók. Sokkal inkább az, hogy fokozatosan kialakuljon bennük az a szemlélet, hogy egy matematikai probléma megértéséhez és megoldásához nem elegendő kizárólag a

szöveg elolvasása. A sikeres problémamegoldás gyakran megköveteli az információk többféle reprezentációból történő összegyűjtését, értelmezését és összekapcsolását.

Kutatásunk eredményei arra utalnak, hogy az esszenciális ábrák használata nem alakul ki spontán módon minden tanulónál. A gyermekek jelentős része elsősorban a szövegre koncentrál, és nem feltétlenül veszi észre, hogy a probléma megoldásához szükséges információ egy része az ábrában található. Az esszenciális ábrák értelmezése ezért nem tekinthető pusztán szemléltető tevékenységnek, hanem önálló fejlesztési területnek, amely egyszerre igényel szövegértést, vizuális feldolgozást és matematikai gondolkodást. A pedagógus feladata ezért nem csupán az, hogy felhívja a figyelmet az ábrára, hanem az is, hogy olyan tanulási helyzeteket teremtsen, amelyekben a tanulók fokozatosan megtanulják felismerni, értelmezni és tudatosan használni az ábrák által hordozott információkat.

Érdemes bátorítani a saját rajzok, jelölések, nyilak, színezések használatát. A rajz nem csupán a megoldás illusztrációja lehet, hanem a gondolkodás eszköze is. Sok tanuló számára a vizuális reprezentáció segít a probléma szerkezetének megértésében, az információk rendszerezésében és a megoldási stratégia kialakításában. A saját kutatásunk is azt mutatta, hogy a reprezentációk használata és az azok közötti rugalmas váltás fontos szerepet játszik a sikeres problémamegoldásban.

**A használt anyagokkal kapcsolatban felmerült kérdés, kérdés esetében vagy egyes feladatok elérése érdekében kérem bátran keressenek a [nikolett.sovak@gmail.com](mailto:nikolett.sovak@gmail.com) címen.**

#### Irodalom

Berends, I. E., & van Lieshout, E. C. D. M. (2009). The effect of illustrations in arithmetic problem-solving: Effects of increased cognitive load. *Learning and Instruction, 19*(4), 345–353.

Csíkos, C., Szitányi, J., & Kelemen, R. (2012). The effects of using drawings in developing young children's mathematical word problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. *Educational Studies in Mathematics, 81*(1), 47–65. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9360-z>

Hegarty, M., & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology, 91*(4), 684–689.

Mayer, R. E., & Hegarty, M. (1998). The process of understanding mathematical problems. In J. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp. 29–53). Elsevier.

Pólya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton University Press.

Turzó-Sovák, N. (2025). *A matematika és a szövegértés találkozási pontjai: A szövegesfeladatmegoldás egyes komponenseinek empirikus vizsgálata a 8–12 éves korosztályban* [Doktori disszertáció, Eötvös Loránd Tudományegyetem].

<https://doi.org/10.15476/ELTE.2025.232>

Verschaffel, L., & De Corte, E. (1997). Teaching realistic mathematical modeling and problem solving in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 577–601.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4(4), 273–294.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Swets & Zeitlinger.

Vitala, J. (2015). The relationship between mathematics and problem solving. In S. J. Cho (Ed.), *Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 873–891). Springer.